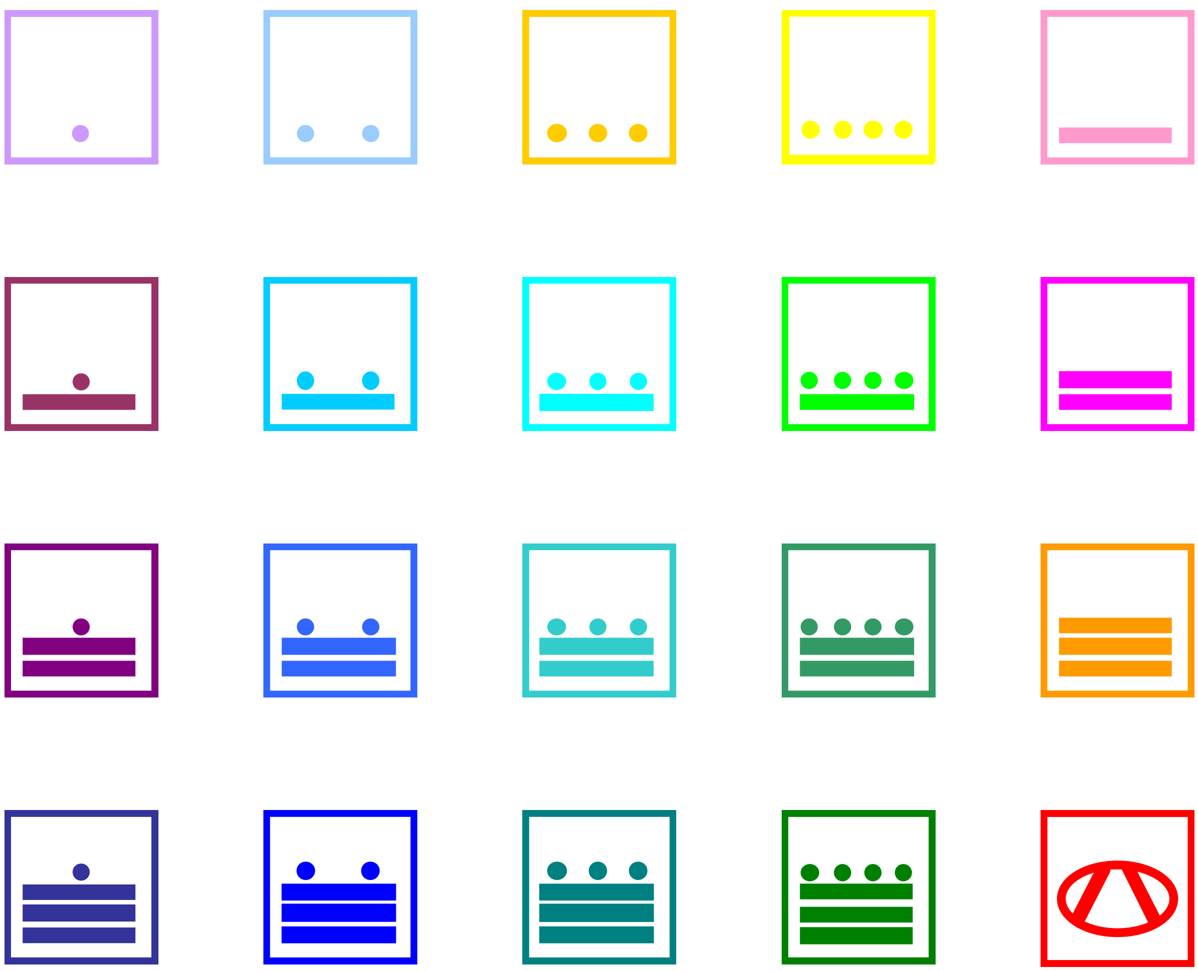
Cómo efectuar cálculos con

Números Mayas



Este documento está disponible gratis, en español o inglés, y puede pedirse enviando un e-mail al autor en ***nitac14b@yahoo.com.***

¿Por qué se hizo esta obra?

Hace dos años, mi esposa cursó Tzotzil en la Universidad Maya. Al aprender un poco sobre los números mayas, varios de sus compañeros de clase le preguntaron al profesor "¿Para qué sirven estos números? ¿Se pueden sumar y restar, por ejemplo?"

He trabajado mucho de voluntario en la regularización de alumnos en las matemáticas, y una parte importante de mis clases es el énfasis en las propiedades de los números—por ejemplo, la conmutativa y la distributiva—y cómo éstas nos permiten hacer cálculos. Así que cuando mi esposa me enteró de las preguntas planteadas a su profesor, me puse a pensar, "Bueno, las propiedades de los números son intrínsecas, y por eso ciertas sin importar en qué sistema de numeración sean escritos. Además, la numeración maya tiene valores de lugar, una base consistente, y un símbolo para mostrar que un lugar está vacío. Entonces, debería ser que los mismos procedimientos que se usan con números indoarábigos sirven para realizar cálculos con números mayas, con tal que se usen tablas de sumar y multiplicar que adecuan a la numeración maya."

Intenté unos cuantos cálculos con números mayas, y resultó que sí, los mismos procedimientos sirven. Seguí a hacer esta colección de cálculos para el profesor de mi esposa. La colección cuenta con una suma, una resta, dos multiplicaciones, una división, y una extracción de la raíz cuadrada. Espero que esto sea suficiente para el lector; si él o ella quiere ejemplos de la extracción de la raíz cúbica, o tablas de logaritmos con cifras mayas, ¡tendrá que buscarlas en otro lugar! (O hacerlas por su propia cuenta, aprovechando las ideas aquí presentadas.)

Favor de notar que los procedimientos aquí presentados no son aquellos que los Mayas mismos usaron. La verdad es que el propósito de este documento es el de demostrar que los procedimientos que usamos con los números indoarábigos funcionan con los números mayas, gracias a las características comunes de las dos numeraciones. Espero escribir un anexo para este documento, demostrando cómo usar los procedimientos auténticos de los Mayas para efectuar cálculos con números indoarábigos. Pero si prefieres no esperar, puedes leer sobre los procedimientos de los Mayas en el uno o el otro de estos libros:

1. Santiago Valiente Barderas, *Algo acerca de los números: Lo curioso y lo divertido*, Editorial Alhambra Mexicana, cuarta reimpresión 1995, ISBN 968 444 094 4, pp. 104-106.
2. Ingeniero Hector M. Calderón, *La ciencia matemática de los Mayas*, Editorial Orion, México D.F., 1966.

El autor

San Cristóbal de Las Casas, Chiapas, México
11 febrero 2005

PD Una confesión. Hice todos estos cálculos dos veces: primero con la numeración maya, y después con números indoarábigos para comprobarlos. A vergüenza mía, a veces hice bien los cálculos con la numeración maya, y me equivoqué al "comprobarlos"…

Cómo efectuar cálculos con números mayas

La numeración maya no es una curiosidad, sino una herramienta por completo factible para efectuar cálculos. Como el sistema de números indoarábigos (IA), el maya cuenta con valores de lugar, una base (20 en vez de 10) y un símbolo para mostrar que un lugar está vacante, como el cero IA.

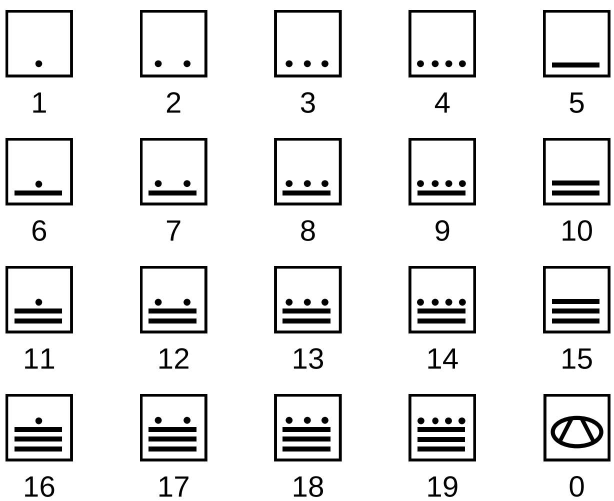
Gracias a esas características, se pueden realizar sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, y hasta extracciones de raíces por las mismas técnicas que se emplean con números IA. (Por ejemplo, las técnicas de prestar y subir dígitos.) Por supuesto, es necesario prestar, subir, etc. de acuerdo con las tablas mayas de sumar y multiplicar.

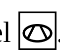
Este documento comienza por presentar las cifras mayas y proporcionar un ejemplo de un número de múltiples cifras. Después, se proporcionan una suma, una resta, una multiplicación, una división, y una extracción de la raíz cuadrada efectuadas con números mayas.

El sistema maya de cifras y números de múltiples cifras

◆Las cifras mayas

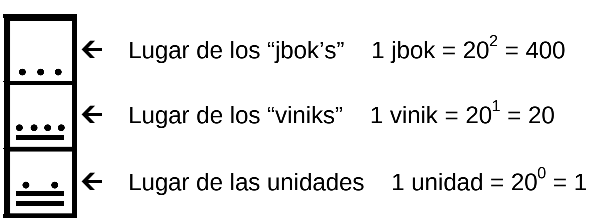
Aquí tienen las cifras mayas. A diferencia de las cifras IA, las cifras mayas (salvo el cero) ocupan más espacio entre mayor sea el número que representa.



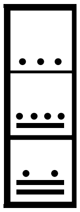
Nótese que en las tablas adjuntas de sumar y multiplicar, se usa el símbolo ✿ en vez del .

◆Números mayas de múltiples dígitos

Las mayas escribieron sus números de múltiples dígitos escribiendo las cifras en forma vertical:



Entonces ¿qué número está escrito aquí?



3 × 400 = 1.200

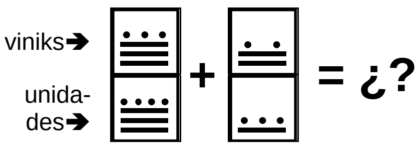
9 × 20 = 180

12 × 1 = 12

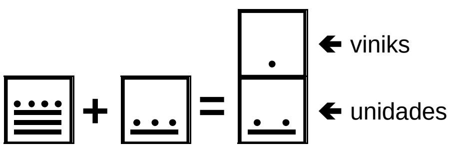
1.200 + 180 + 12 = 1.392

Cálculos realizados con números mayas

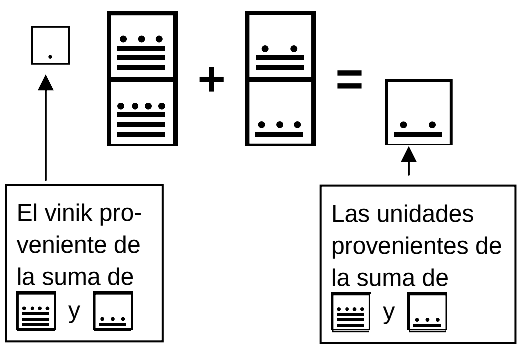
◆ Una suma



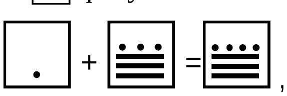
Como es el caso con las sumas de números IA, empezamos por sumar los dígitos de las unidades. Según la tabla de sumar,



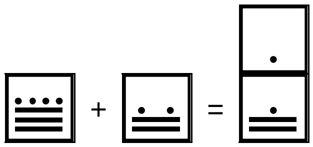
Entonces, la suma de las unidades tiene como su dígito en el lugar de las unidades, y en el lugar de los viniks. Como en el sistema IA, apuntamos las unidades en el lugar de las unidades de la respuesta, y subimos el vinik al nivel de los viniks:



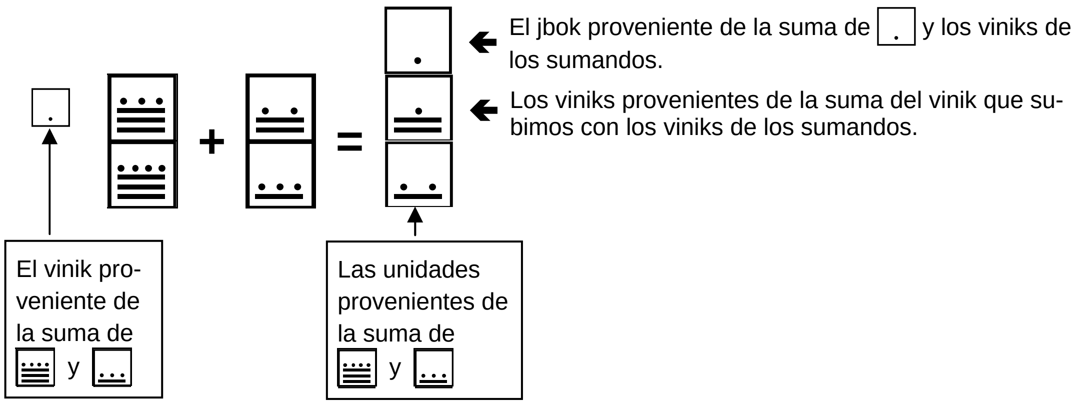
Ahora, pasamos a sumar los viniks. Primero, sumamos el que subimos de la suma de las unidades al que ya estaba en el lugar de los viniks del primer sumando. Según la tabla de sumar,



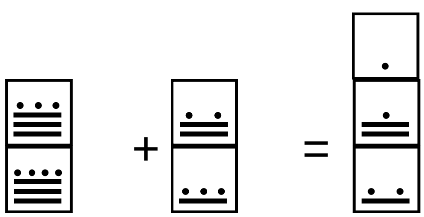
y a este resultado sumamos el dígito del lugar de los viniks del segundo sumando:



Apuntamos el en el lugar de los viniks de la respuesta, y subimos el al nivel de los jboks. Como los sumandos no tienen dígitos en el nivel de los jboks, sólo apuntamos este en el lugar de los jboks de la respuesta:



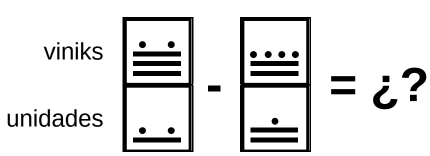
¡Es de notarse que todavía no hemos hablado sobre qué son los números que sumamos! La verdad es que no importa—efectuamos la suma a través de la manipulación de símbolos, según reglas basadas en las propiedades de los números mismos (sobre todo, la propiedad asociativa de la suma). Así que las operaciones se pueden realizar sin saber qué son los números representados por los números. Pero, para comprobar la suma,



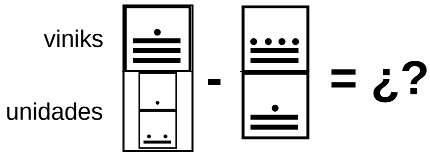
18x20 = 360	12x20 = 240	1x400 = 400
19x1 = 19	8x1 = 8	11x20 = 220
Total: 379	Total: 248	7x1 = 7
		Total: 627

379 + 248 = 627. Está bien.

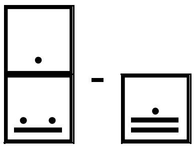
◆ Una resta



Empezamos con las unidades. Como las unidades del minuendo son menos que las del sustrayendo, tenemos que prestar de los viniks, exactamente como es el caso con los números IA. Después de prestar, la resta es así:

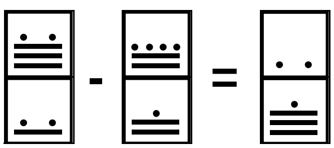


Ahora, tenemos en el lugar de las unidades la resta



¿Cómo efectuar esta resta? Por buscar el resultado en la columna de en la tabla de sumar. Encontrándolo, nos damos cuenta que éste se encuentra también en la fila de . Por eso, apuntamos este último en el lugar de las unidades de la respuesta.

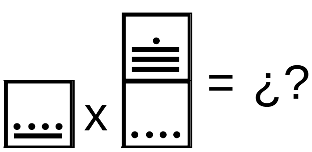
En el nivel de los viniks, tenemos la resta - , y buscando el en la columna del , encontramos que el se encuentra en la fila de . Entonces, - = . Apuntamos este último en el lugar de los viniks, de manera que la cuenta final es:



347 - 291 = 56. Está bien.

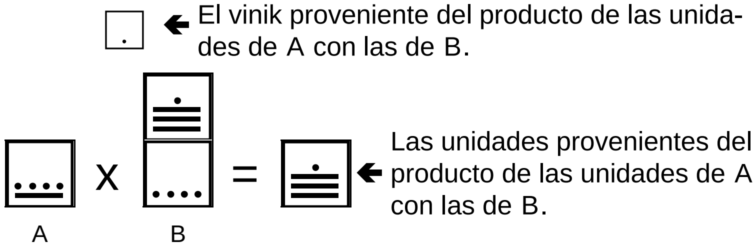
◆Dos multiplicaciones

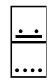
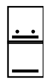
La primera multiplicación es una con un multiplicador de un solo dígito, para demostrar las técnicas necesarias para multiplicaciones con multiplicadores y multiplicandos de múltiples cifras.

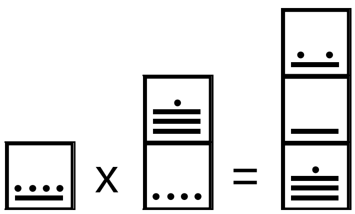


A B

Primero, se multiplican las unidades de B por A. Otra vez, el procedimiento es exactamente el que se usa con números IA. Consultando la tabla de multiplicar, encontramos que x = . Así que apuntamos el en el lugar de las unidades de la respuesta, y apuntamos el a un lado para sumarlo después con el producto de A y los viniks de B.

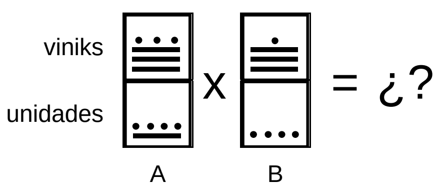


Ahora, multiplicamos los viniks de B por A:  x  =  viniks. Sumando a éste último el vinik que apuntamos a un lado, tenemos  viniks, de manera que la cuenta completa sería:

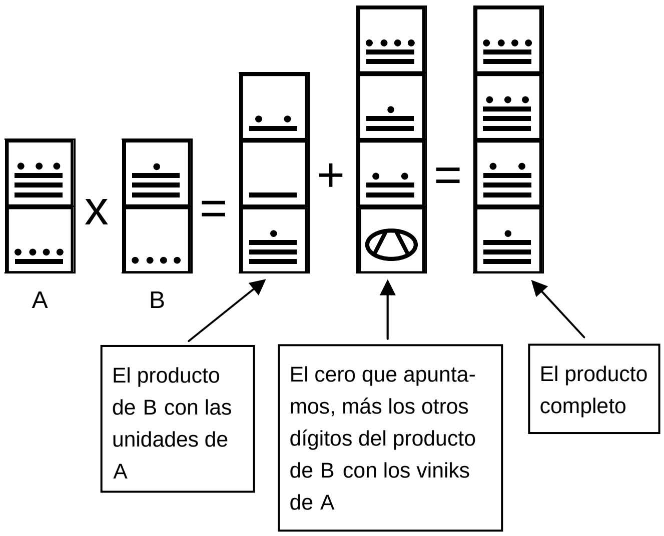


9 x 324 = 2.916 Está bien.

Como el segundo ejemplo de una cuenta de multiplicación, agregamos al multiplicador A una cifra en el lugar de los viniks:



Primero, multiplicamos B por las unidades de A; ya hemos encontrado este resultado. Después, multiplicamos B por los viniks de A. Hay dos pasos en esta multiplicación. Primero, como es el caso con los números IA, apuntamos un cero en el lugar de las unidades. Segundo, encontramos los otros dígitos según la técnica que acabamos de aprender. Es decir, la técnica por la cual encontramos el producto de B y las *unidades* de A. Hechas las dos multiplicaciones, sumamos los dos productos. La cuenta completa sería

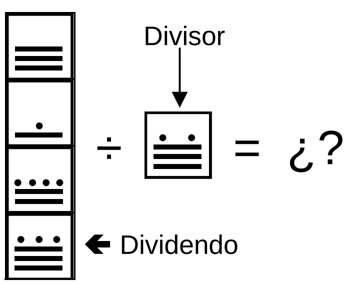


369 x 324 = 116.640 + 2.916 = 119.556. Está bien.

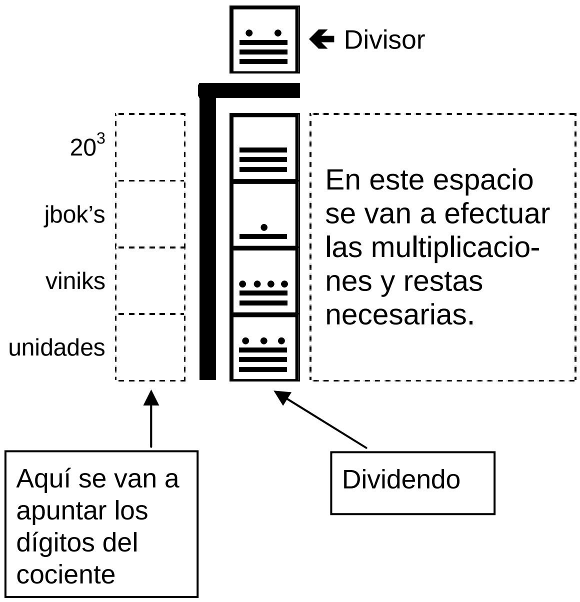
Cabe mencionar tres cosas. Primero, todo esto se efectuó sin saber cuáles eran los números representados por A y B. Segundo, en cierto sentido, ¡no “multiplicamos” los dos números! Sino seguimos un procedimiento que nos dio su producto, que también desconocemos cuál número representó. Tercero, yo sostengo que muchas veces hacemos lo mismo al multiplicar números IA. Es decir, cuando multiplicamos por ejemplo 3 y 4, podemos pensar “3 cuatros”, y visualizar que la respuesta es 12. Pero, ¡son pocas las personas que pueden encontrar el producto de 3.117.235 y 1.259.003 de la misma manera! Es más, la respuesta (3.924.608.216.705) es un número que en verdad, lo desconocemos. Por supuesto conocemos qué representa cada uno de sus dígitos, y el número mismo tiene un nombre, pero, ¿quién entiende verdaderamente la cantidad que este número representa?

◆Una división

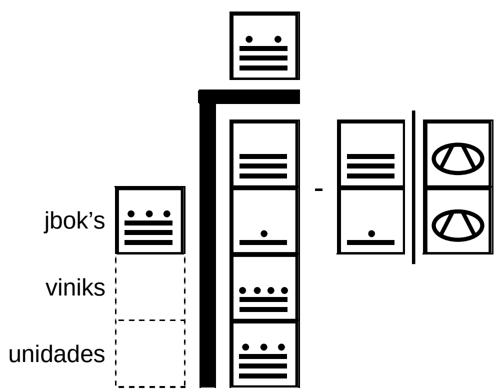
Como es el caso con la multiplicación, “la división” es por lo general un procedimiento de varios pasos en vez de una mera operación de dividir.



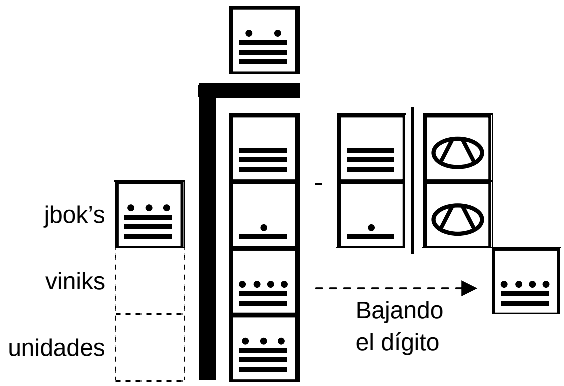
Escribimos esta cuenta en una forma que nos conviene más para resolverla:



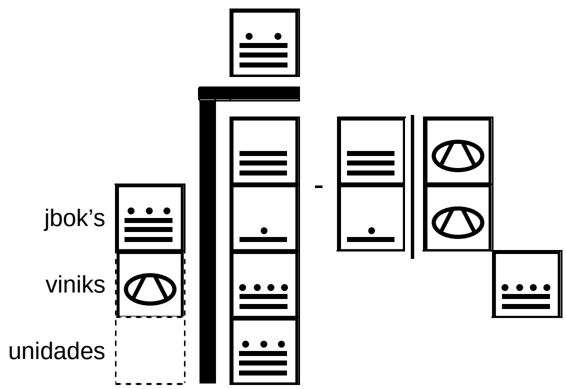
Como es el caso también con números IA, la división recurre mucho al tantear y fallar. Primero, exactamente como se lo hace con números IA, no preguntamos si el divisor entra en el primer dígito del dividendo. No entra, por lo que nos apuntamos nada en el lugar de 20^3 del cociente. Ahora, nos preguntamos si el divisor entra en los primeros dos dígitos del dividendo (concretamente,). Consultando la columna de la tabla de multiplicar, se nota que es el producto de y , luego apuntamos este último en el lugar de los jbok's del cociente. Paso siguiente, hacemos la multiplicación y la resta correspondientes:



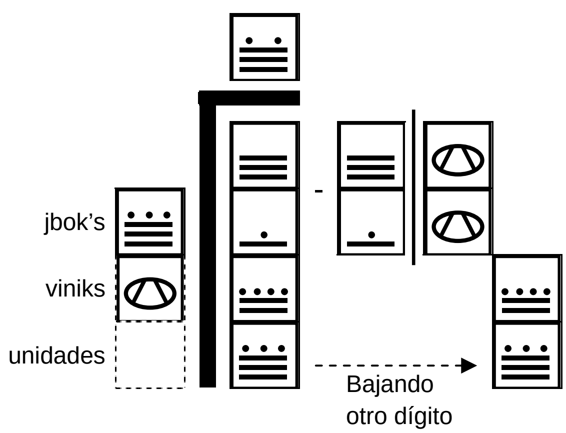
Ahora "bajamos" el dígito de los viniks del dividendo.

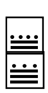
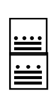


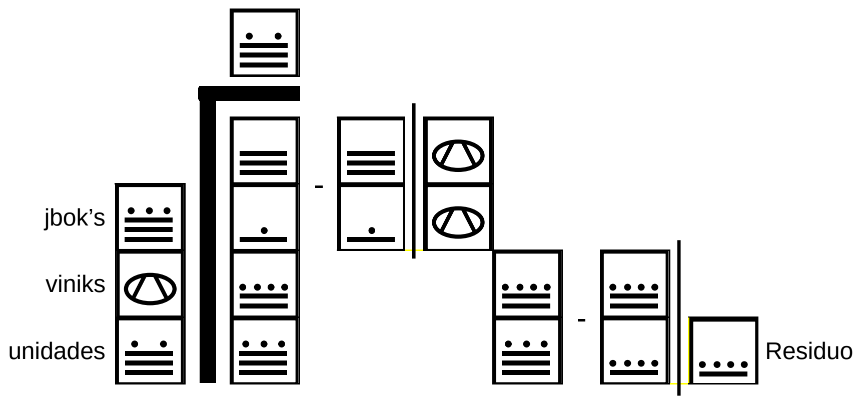
Como el divisor no entra en este dígito, apuntamos un “cero” en el lugar de los viniks del cociente.



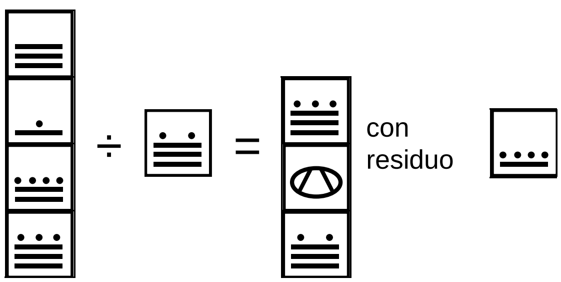
Y ahora, bajamos otro dígito, el de las unidades del dividendo.



¿Entra el divisor en  ? Por supuesto, pero ¿cuántas veces? Consultando la tabla de multiplicar, en la columna del divisor (), encontramos que  es menor que el producto del divisor con  , y mayor que el producto del divisor con , de manera que escribimos este último como el dígito de las unidades del cociente. También, efectuamos la multiplicación y la resta correspondientes:

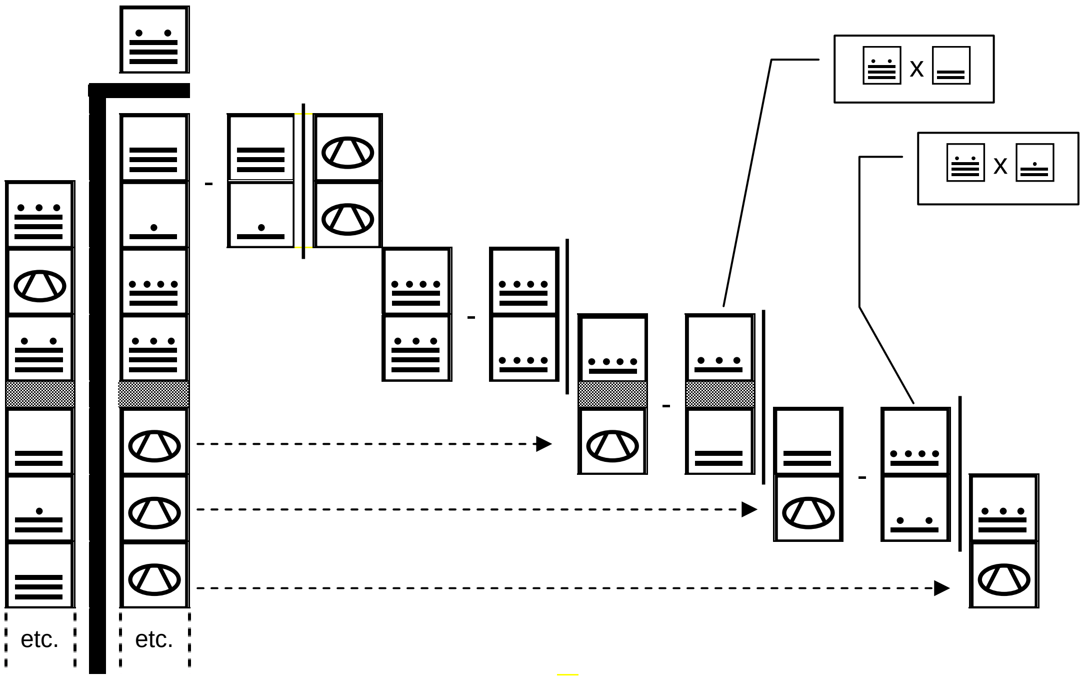


Ya hemos terminado, y la cuenta completa es:

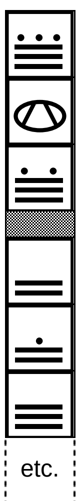


122.698 ÷ 17 = 7.217 con residuo 9. Está bien.

Es de notarse que no es necesario conformarnos con una respuesta en la forma de un cociente y un residuo. En cambio, se puede obtener una respuesta con una "coma decimal" y cifras adicionales de la misma manera en la que se obtiene una respuesta con dígitos a la derecha de la coma decimal en el sistema de números IA. Solo es necesario escribir "ceros" debajo del lugar de las unidades del dividendo, y bajarlos cuando sea necesario. De dicha manera, hallamos que el primer dígito abajo de la "coma decimal" en el cociente es . Aquí tiene todos los trabajos necesarios para obtener un cociente con tres cifras decimales, siendo la "coma decimal":



Nótese los valores de los lugares inferiores a la coma decimal. Cada uno es $\frac{1}{20}$ del valor anterior.

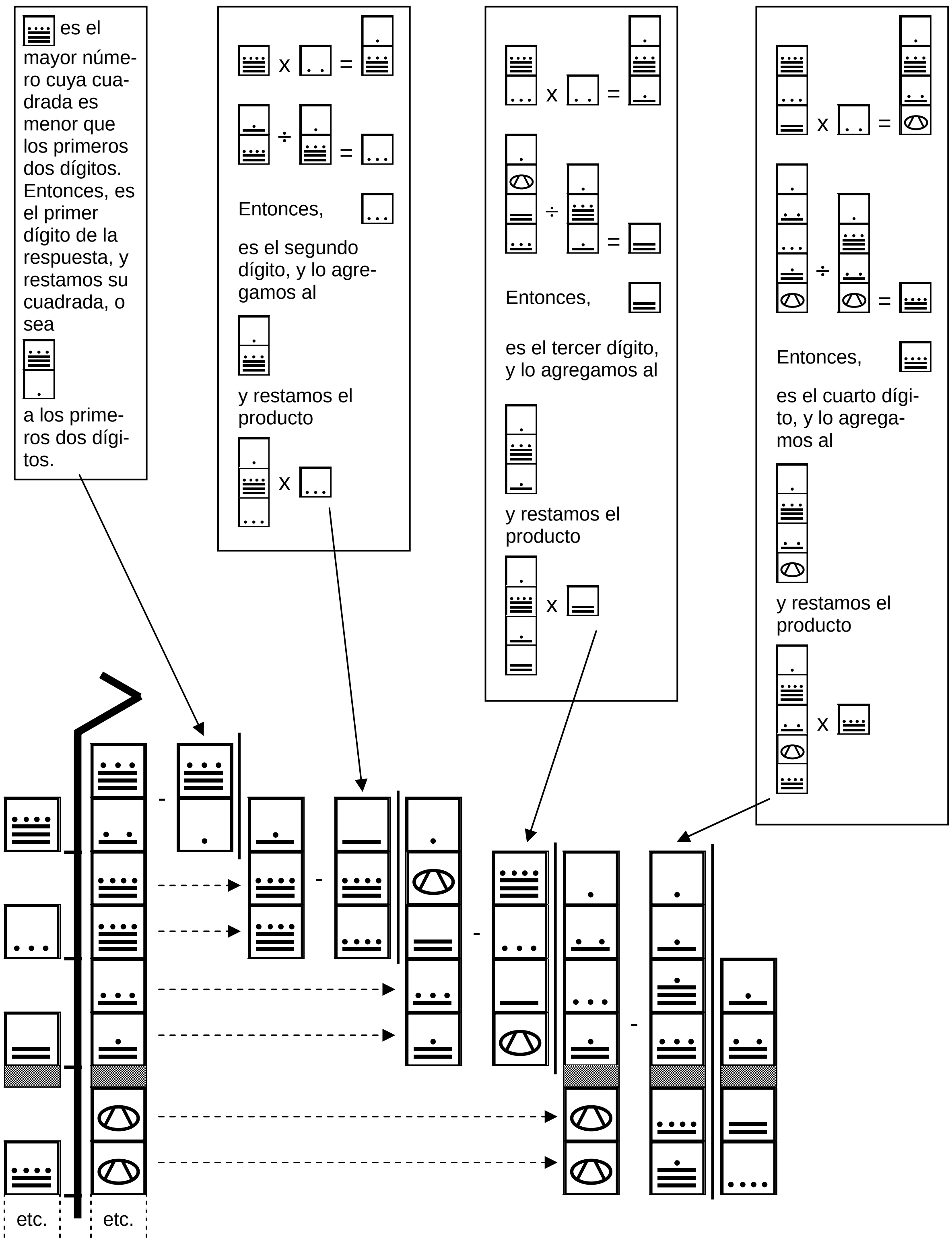


400	18 x 400 =	7.200
20	0 x 20 =	0
1	17 x 1 =	17
$\frac{1}{20}$	$10 \times \frac{1}{20}$ =	0,5
$\frac{1}{400}$	$11 \times \frac{1}{400}$ =	0,0275
$\frac{1}{8000}$	$15 \times \frac{1}{8000}$ =	0,001875

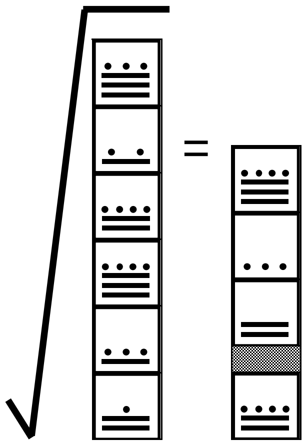
Como es el caso en el sistema IA, la representación de este número ($7217\frac{9}{17}$) nunca terminará porque el denominador de la fracción $\frac{9}{17}$ tiene un factor que 20 (el número base del sistema maya) ***no*** tiene. No sé si los Mayas hicieron cálculos con números decimales, pero su magnífica numeración sí les ofreció esa posibilidad.

◆ Una extracción de la raíz cuadrada

El procedimiento es igual al que se usa con números IA. Como éste consta de operaciones que ya hemos examinado—a saber, multiplicaciones, divisiones, y restas—se omiten los detalles.



La cuenta completa sería:



$\sqrt{58.839.771} = 7670{,}7$ y tanto. Está bien.

Dudo que los Mayas conocieron este procedimiento, porque hay otras técnicas menos complicadas que funcionan perfectamente bien. Sin embargo, su numeración les hubiera permitido usarlo.

Resumen

Se ve que la numeración maya nos permite hacer sumas, restas, multiplicaciones, y divisiones por los mismos procedimientos que se usan con la numeración IA. Esto gracias a que tiene una base consistente y un símbolo para mostrar que un lugar está vacío. Creo que cualquier cálculo puede efectuarse por medio de sumas, restas, multiplicaciones, y divisiones (repetidas, de ser necesario) como es el caso con la extracción de la raíz cuadrada. Entonces, si no me equivoco, cualquier cálculo que sea posible efectuar con la numeración IA debería ser posible con la numeración maya también.

Las Tablas de Sumar y de Multiplicar